

Optimasi Masalah Penugasan Menggunakan Metode Hungarian untuk Meminimalkan Waktu Produksi

D. T. Pratama, H. S. Kurniawan

Abstrak: Suatu perencanaan produksi akan berjalan dengan baik apabila proses yang dikerjakan dapat dikerjakan dengan tepat waktu, agar tidak menghambat proses-proses selanjutnya. agar tepat waktu, kemampuan operator dalam bekerja perlu dipertimbangkan maka perlu adanya penugasan yang sesuai agar memberikan hasil lebih optimal bagi perusahaan. CV Sumber Jaya merupakan suatu usaha yang bergerak dalam bidang pembuatan pagar untuk rumah dan pertokoan, yang berlokasi di Cibinong kabupaten Bogor. Usaha ini belum memiliki metode yang tepat dalam pembagian penugasan. Permasalahan tersebut dikarenakan penugasan operator disetiap stasiun kerjanya tidak sesuai dengan keterampilan yang dimiliki oleh masing-masing operator, permasalahan penugasan merupakan masalah khusus dari *linear programming*, yaitu bagian dari matematika terapan yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah pengalokasian sumber-sumber terbatas secara optimal. Salah satu cara penyelesaian masalah penugasan dapat dilakukan dengan Metode Hungarian. Implementasi konsep penugasan dengan Metode Hungarian ini dapat meminimalkan waktu produksi sebesar 8 menit dibandingkan waktu aktual proses pembuatan pagar sebelumnya.

Kata Kunci—Linear programming, Metode Hungarian, Penugasan,

Abstract: A production planning will run well if the process being done can be done in a timely manner, so as not to hamper further processes. in order to be on time, the operator's ability to work needs to be considered, so there is an appropriate assignment to provide optimal results for the company. CV Sumber Jaya is a business that is engaged in making fences for homes and shops, which is located in Cibinong, Bogor district. This business does not yet have the right method in the distribution of assignments. The problem is because the assignment of operators in each work station is not in accordance with the skills possessed by each operator, the assignment problem is a special problem of linear programming, which is part of applied mathematics that can be used to solve the problem of allocating limited resources optimally. One way to solve the assignment problem can be done by the Hungarian method. Implementation of the concept of assignment with Metode Hungarian can minimize the production time of 8 minutes compared to the actual time of the previous fence-making process.

Key Words—Assignment, Hungarian Method, Linear programming,

I. PENDAHULUAN

Dalam menjalankan kegiatan bisnis atau usaha, peran operator produksi sangatlah memiliki pengaruh penting terhadap produk yang dihasilkan oleh perusahaan. Penugasan masing-masing operator sesuai dengan kemampuan yang dimiliki untuk ditempatkan pada setiap stasiun kerjanya mampu memberikan hasil lebih optimal bagi perusahaan. CV Sumber Jaya merupakan suatu usaha yang bergerak dalam bidang pembuatan pagar untuk rumah dan pertokoan, yang berlokasi di cibinong kabupaten bogor. Usaha ini belum memiliki metode yang tepat dalam pembagian penugasan operator disetiap stasiun kerjanya, sehingga kendala yang terjadi dalam proses produksinya yaitu waktu penyelesaian pembuatan pagar menjadi kurang optimal atau membutuhkan waktu yang lebih lama. Masalah penugasan dapat memberikan pengaruh

terhadap kemampuan suatu perusahaan dalam menghasilkan sejumlah produk, seperti pada studi [1]. Permasalahan penugasan seperti yang dijelaskan dalam [2] adalah kasus khusus pemrograman *linear*, dapat berupa minimasi atau maksimasi.

Secara umum masalah penugasan meliputi n tugas yang harus ditugaskan kepada n pekerja dimana setiap pekerja memiliki kompetensi yang berbeda dalam menyelesaikan setiap tugas sebagaimana dijelaskan dalam [3]. Hal tersebut dapat terjadi dikarenakan penugasan operator disetiap stasiun kerjanya tidak sesuai dengan keterampilan yang dimiliki oleh masing-masing operator, maka dapat dinyatakan bahwa kendala yang terjadi di CV Sumber Jaya adalah permasalahan mengenai sistem penugasan. Permasalahan penugasan merupakan masalah khusus dari *linear programming*, yaitu bagian dari matematika terapan yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah pengalokasian sumber-sumber terbatas secara optimal seperti yang dijelaskan dalam [4,5,6], Falani [5] menjelaskan bahwa suatu masalah optimasi dikenal sebagai fungsi tujuan yang merupakan fungsi pengevaluasi yang ingin dioptimalkan. Dalam [6] dijelaskan bahwa salah satu cara penyelesaian masalah penugasan dapat dilakukan

Dicky Teguh Pratama, Mahasiswa Program Studi Teknik Industri, Universitas Indraprasta PGRI, Jakarta (dikcyteguhpratama@gmail.com).

Hikmah Sidiq Kurniawan, Mahasiswa Program Studi Teknik Industri, Universitas Indraprasta PGRI, Jakarta (hikmahsidiq@gmail.com).

dengan Metode Hungarian. Sedangkan dalam [7] dijelaskan bahwa Metode Hungarian tersebut merupakan salah satu metode yang paling sering digunakan untuk menyelesaikan masalah penugasan. Dalam [8] dijelaskan bahwa Metode Hungarian adalah metode yang memodifikasi baris dan kolom dalam matriks hingga muncul sebuah komponen nol tunggal disetiap baris atau kolom yang dapat dipilih sebagai alokasi penugasan. Tujuannya sebagaimana dijelaskan pada [9] adalah untuk menetapkan sejumlah sumber daya untuk jumlah kegiatan yang sama adar dapat meminimalkan dalam alokasi model penugasan. Studi dalam [10] menjelaskan bahwa idealnya upaya untuk mengoptimalkan atau mengurangi total biaya yg terlibat dan efisien dalam dalam penggunaan waktu atau jam kerja. Maka dari itu Metode Hungarian dapat digunakan untuk permasalahan yang terjadi pada CV Sumber Jaya. Berikut tahapan pengolahan data untuk mencari alokasi penugasaan yang tepat untuk masing-masing proses dengan menggunakan Metode Hungarian

Model Linear Programming

Model *linear programming* adalah model matematis perumusan masalah. Dalam model *linear programming* dikenal dua macam fungsi, yaitu fungsi tujuan (*objective function*) dan fungsi-fungsi batasan (*constraint functions*). Fungsi tujuan adalah fungsi yang menggambarkan tujuan/sasaran di dalam permasalahan *linear programming* yang berkaitan dengan pengaturan secara optimal sumber daya, untuk memperoleh keuntungan maksimal atau biaya minimal dinyatakan sebagai Z, sebagaimana dijelaskan pada studi [8]. Agar memudahkan pembahasan model *linear programming* ini, digunakan simbol-simbol sebagai berikut:

i = banyak pekerja $i = 1, 2, 3, \dots, m$
 j = banyak jenis produk $j = 1, 2, 3, \dots, n$
 h_i = pekerja yang tersedia, $i = 1, 2, 3, \dots, m$
 a_i = pekerja yang mengerjakan/memproduksi 1 unit produk
 x_j = tingkat kegiatan
 C_i = biaya operasi
Maka persoalan *linear programming* menjadi :
Fungsi tujuan

$$\text{Min } Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_j x_j + \dots + c_n x_n \quad (1)$$

Fungsi batasan

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_j x_j + a_n x_n \leq h_1 \quad (2)$$

$$a_2 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_j x_j + a_n x_n \leq h_2 \quad (3)$$

⋮

$$a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \dots + a_i x_j + a_i x_n \leq h_i \quad (4)$$

⋮

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_m x_j + a_m x_n \leq h_m \quad (5)$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

Masalah Penugasan Sederhana (One-Objective)

Masih pada studi [8], dijelaskan bahwa masalah penugasan (*assignment problem*) merupakan suatu kasus khusus dari masalah *linear programming* pada umumnya. Dalam dunia bisnis dan industri, manajemen sering menghadapi masalah-masalah yang berhubungan dengan penugasan optimal dari bermacam-macam sumber yang produktif yang mempunyai tingkat efisiensi yang berbeda-beda untuk tugas yang berbeda pula. Menurut tujuan yang akan dicapai adalah total biaya terendah maka komponen-komponen adalah biaya operasi yang terdiri dari pembelian bahan, inventori bahan mentah, dan biaya pengiriman bahan. Model penugasan dapat diekspresikan sebagai berikut:

Meminimumkan $Z =$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_i x_i \quad (7)$$

$x_i = 0$, jika pekerja i tidak ditugaskan ke tugas j ; 1, jika pekerja i ditugaskan ke tugas j

Dengan batasan =

$$\sum_{i=1}^m x_{1j} + x_{2j} + \dots + x_{mj} = 1, i = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} = 1, j = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

Masalah Penugasan Two-Objective

Diketahui bahwa satuan untuk mengukur biaya dan waktu operasi adalah berbeda, sehingga tidak bisa untuk menempatkan biaya operasi langsung ke dalam fungsi objektif yang diukur oleh biaya operasi saja, maupun sebaliknya. Langkah pertama untuk memecahkan masalah semacam ini adalah dengan menstandarisasikan semua data menggunakan metode Yager Ranking, yaitu proses penyetaraan semua data dengan cara membagi data biaya, waktu dan kualitas operasi dengan data maksimum biaya, waktu dan kualitas masing-masing, seperti yang dijelaskan pada studi [8]. Langkah selanjutnya untuk menyelesaikan kedua tujuan secara bersamaan, yaitu meminimumkan baik biaya operasi maupun waktu operasi. Diasumsikan bahwa bobot dari dua tujuan tersebut mempunyai tingkat kepentingan yang sama, $\alpha = |\alpha_1| = |\alpha_2| = \dots = |\alpha_d|$ dengan $\alpha = 1/d^{\wedge}$, dimana d adalah banyaknya tujuan. Kemudian fungsi tujuan dapat ditulis menjadi :

$$\text{Min } C, T = \alpha_1 \sum_{(i=1)^{\wedge} m} \sum_{(j=1)^{\wedge} n} c_{(i)} x_{(i)} \quad (10)$$

$$+ \alpha_2 \sum_{(i=1)^{\wedge} m} \sum_{(j=1)^{\wedge} n} t_{(i)} x_{(i)} \quad (11)$$

Metode Hungarian

Dalam [10] dijelaskan bahwa untuk dapat menerapkan Metode Hungarian, jumlah sumber-sumber yang ditugaskan harus sama persis dengan jumlah tugas yang akan diselesaikan. Selain itu, setiap sumber harus ditugaskan hanya untuk satu tugas. Jadi, masalah penugasan akan

mencakup sejumlah n sumber yang mempunyai m tugas. Masalah ini dapat dijelaskan dengan mudah oleh bentuk matriks segi empat, dimana baris-barisnya menunjukkan sumber-sumber kolomnya menunjukkan tugas.

II. METODE DAN PROSEDUR PENELITIAN

Pada penelitian ini metodologi yang digunakan yaitu metode studi pustaka, dengan mempelajari konsep linear programming mengenai penugasan. Berdasarkan studi pustaka yang dilakukan, sehingga mampu mengimplementasikan konsep linear programming mengenai masalah penugasan untuk optimasi proses produksi. Penerapan konsep sistem penugasan ini dilakukan dengan menggunakan Metode Hungarian, sehingga diharapkan bahwa hasil dari penelitian ini dapat digunakan oleh CV Sumber Jaya untuk mengatasi masalah yang terjadi, sehingga dapat meningkatkan produktifitas kerja yang lebih optimal dengan meminimalkan waktu proses produksi berdasarkan penugasan operator yang lebih sesuai untuk ditempatkan pada masing-masing stasiun kerja.

III HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan permasalahan mengenai penugasan pada CV Sumber Jaya, dimana setiap pekerja memiliki keterampilan dan pengalaman kerja yang berbeda-beda sehingga waktu proses untuk menyelesaikan kegiatan kerjanya juga tidak sama antara satu operator dengan operator lainnya. Berikut data waktu (dalam menit) penyelesaian proses kerja dari masing-masing operator disetiap proses kerjanya.

TABEL I
 DATA WAKTU PROSES KERJA MASING-MASING OPERATOR
 (AKTUAL)

No	Karyawan	Potong	Amplas	Bending	Las	Cat
1	Operator A	64	48	50	76	59
2	Operator B	55	56	59	70	62
3	Operator C	60	51	52	63	50
4	Operator D	59	49	46	78	57
5	Operator E	63	46	48	62	60

CV Sumber Jaya ingin menugaskan atau menempatkan kelima operator tersebut ke masing-masing proses kerja yang sesuai dengan total penyelesaian waktu kerja yang paling minimum untuk meningkatkan produktifitas disetiap proses kerja.

Langkah pertama yang harus dilakukan pada konsep Metode Hungarian yaitu dengan melakukan pengurangan baris dengan memilih waktu terkecil dari setiap baris seperti yang tercantum pada tabel 1 kemudian kurangkan semua waktu dengan waktu terkecil dari masing-masing baris, sehingga diperoleh hasil seperti berikut ini:

TABEL II
 LANGKAH PENYESUAIAN 1

No	Karyawan	Potong	Amplas	Bending	Las	Cat
1	Operator A	16	0	2	28	11
2	Operator B	0	1	4	15	7
3	Operator C	10	1	2	13	0
4	Operator D	13	3	0	32	11
5	Operator E	17	0	2	16	14

Langkah kedua yaitu memilih waktu terkecil dari kolom yang belum mempunyai elemen bernilai nol (0) seperti yang tercantum pada tabel 2. kemudian kurangi seluruh waktu yang terdapat dalam kolom tersebut dengan nilai waktu terkecil, sehingga diperoleh hasil perhitungan sebagai berikut ini.

TABEL III
 LANGKAH PENYESUAIAN 2

No	Karyawan	Potong	Amplas	Bending	Las	Cat
1	Operator A	16	0	2	15	11
2	Operator B	0	1	4	2	7
3	Operator C	10	1	2	0	0
4	Operator D	13	3	0	19	11
5	Operator E	17	0	2	3	14

Langkah ketiga yaitu membentuk penugasan optimum dengan menarik sejumlah minimum garis horizontal atau vertikal untuk seluruh elemen yang bernilai nol, jika jumlah garis sudah sama dengan jumlah baris atau kolom maka penugasan telah optimal tetapi jika tidak sama maka harus melakukan revisi

TABEL IV
 LANGKAH PENYESUAIAN 3

No	Karyawan	Potong	Amplas	Bending	Las	Cat
1	Operator A	16	0	2	15	11
2	Operator B	0	1	4	2	7
3	Operator C	10	1	2	0	0
4	Operator D	13	3	0	19	11
5	Operator E	17	0	2	3	14

Dikarenakan jumlah garis belum sama dengan baris atau kolom maka harus melakukan revisi.

Langkah keempat melakukan revisi tabel dengan memilih angka terkecil yang tidak dilewati garis. Berdasarkan tabel 3 maka dapat dilihat bahwa angka terkecil yang tidak dilewati garis yaitu angka 2, kemudian kurangkan angka yang tidak dilewati garis dengan angka terkecil selanjutnya tambahkan angka yang terkena persilangan garis seperti angka 1 dan angka 3 pada kolom amplas dengan angka terkecil tersebut

TABEL V
LANGKAH PENYESUAIAN 4

No	Karyawan	Potong	Amplas	Bending	Las	Cat
1	Operator A	14	0	0	13	9
2	Operator B	0	5	4	2	7
3	Operator C	10	5	2	0	0
4	Operator D	13	5	0	19	11
5	Operator E	15	0	0	1	12

Langkah kelima memilih angka terkecil yang tidak melewati garis yaitu angka 1, lalu kurangkan angka yang tidak dilewati garis dengan angka terkecil selanjutnya tambahkan angka yang terkena persilangan garis dengan angka terkecil tersebut. Kemudian membentuk penugasan optimum kembali yaitu dengan menarik sejumlah minimum garis horizontal atau vertikal untuk seluruh elemen yang bernilai nol. Sehingga diperoleh hasil seperti berikut ini.

TABEL VI
LANGKAH PENYESUAIAN 5

No	Karyawan	Potong	Amplas	Bending	Las	Cat
1	Operator A	13	0	0	12	8
2	Operator B	0	4	5	2	7
3	Operator C	10	4	3	0	0
4	Operator D	12	5	0	18	10
5	Operator E	14	0	0	0	11

Dikarenakan jumlah garis telah sama dengan jumlah baris atau kolom maka penugasan telah optimal. Sehingga hasil penugasan optimal yang diperoleh untuk mendapatkan total waktu penyelesaian proses kerja yang minimum untuk masing-masing operator di setiap proses kerja yang dijalankan yaitu sebagai berikut:

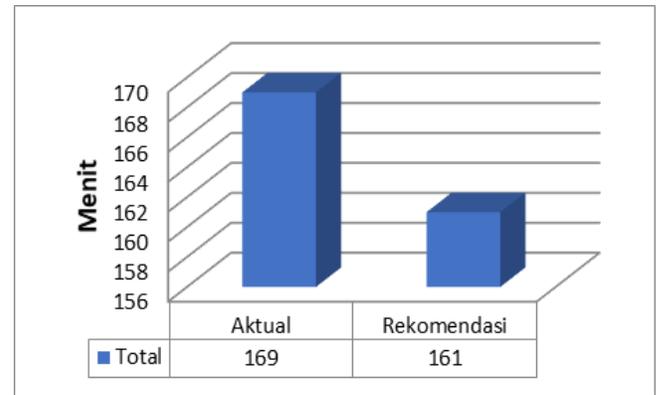
TABEL VII
HASIL PENUGASAN OPTIMAL MASING-MASING OPERATOR
DISETIAP PROSES KERJA

No	Karyawan	Potong	Amplas	Bending	Las	Cat
1	Operator A	13	0	0	12	8
2	Operator B	0	4	5	2	7
3	Operator C	10	4	3	0	0
4	Operator D	12	5	0	18	10
5	Operator E	14	0	0	0	11

Operator A menempati proses amplas = 48 menit
 Operator B menempati proses potong = 55 menit
 Operator C menempati proses cat = 50 menit
 Operator D menempati proses bending = 46 menit
 Operator E menempati proses las = 62 menit
 = 161 menit

Jadi total waktu minimum yang diperoleh untuk pembuatan pagar berdasarkan Metode Hungarian yaitu sebesar 161 menit.

Berikut adalah gambar grafik perbandingan antara waktu aktual proses pembuatan pagar dan waktu rekomendasi proses pembuatan pagar dengan Metode Hungarian.



Gambar 1. Grafik Perbandingan Aktual dan Rekomendasi

IV SIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan di atas konsep penugasan masing-masing operator di setiap proses kerja dengan menggunakan Metode Hungarian, maka penugasan yang optimal untuk operator A mengerjakan proses amplas dengan waktu 48 menit, operator B mengerjakan proses potong dengan waktu 55 menit, operator C mengerjakan proses cat dengan waktu 50 menit, operator D mengerjakan proses bending dengan waktu 46 menit dan operator E mengerjakan proses las dengan waktu 62 menit. Sehingga total waktu minimum penyelesaian proses produksi pembuatan pagar pada CV Sumber Jaya yaitu selama 161 menit untuk pembuatan satu pagar. Implementasi konsep penugasan dengan Metode Hungarian ini dapat meminimalkan waktu produksi sebesar 8 menit dibandingkan waktu aktual proses pembuatan pagar sebelumnya sehingga mampu meningkatkan produktifitas.

DAFTAR PUSTAA

- [1] W.O. Widiarto, dan D. Triana, "Penugasan Operator Mesin Produksi dengan Menggunakan Metode Hungarian & Algoritma Generate Test," *Jurnal Intech Teknik Industri*, pp. 1-9, 2012.
- [2] N. Sujatha, dan Murthy, "An Advanced Method for Finding Optimal Solution of Assignment Problem," *Journal of Science and Research*, pp. 1325-1353, 2013.
- [3] S. Supian, S. Wahyuni, dan Subiyanto, "Optimization of Personnel Assignment Problem Based on Traveling Time by Using Hungarian Method: Case Study on The Central Post Office Bandung," *Journal Departement of Mathematic*, pp. 1-5, 2015.
- [4] Y. N. Firdaus, N. L. Buyung, A. Hermansyah, R. Nurhadiyati, I. Falani, dan E. Wiratmani, "Implementasi Algoritma Branch and Bound dalam Penentuan Jumlah Produksi untuk Memaksimalkan

- Keuntungan,” *Jurnal String*, Vol. 4, No. 1, pp. 8-14, 2019.
- [5] Q. R. Alvonda, F. Dinni, D. D. Saputra, I. Puspita, I. Falani, dan E. Wiratmani, “Implementasi Metode Simpleks dalam Penentuan Jumlah Produksi untuk Memaksimalkan Keuntungan,” *Jurnal String*, Vol. 4, No. 1, pp. 8-14, 2019.
- [6] I. Falani, “Penentuan Nilai Parameter Metode Exponential Smoothing dengan Algoritma Genetik dalam Meningkatkan Akurasi Forecasting,” *Journal of Computer Engineering System and Science*, 3(1), pp. 14-16, 2018.
- [7] D. Harini, “Optimasi Penugasan Menggunakan Metode Hungarian Pada CV L&J Express Malang,” *Jurnal Sistem Informasi*, pp. 68-74, 2017.
- [8] S. Basrianti dan A. Lestari, “Penyelesaian Masalah Penugasan Menggunakan Metode Hungarian dan Pinalti (Studi Kasus: CV Surya Pelangi),” *Journal Sains Matematika dan Statistika*, pp. 75-81, 2017.
- [9] M. E. Idriss, dan M. M. E. Hussein, “Application of Linear Programming (Assignment Model),” *Journal Statistic Departement Faculty of Science*, pp. 1446-1449, 2013.
- [10] D.D. Tamimi, I. Purnamasari, dan Wasono, “Proses Optimasi Masalah Penugasan One Objective & Two Objective Menggunakan Metode Hungarian,” *Jurnal Statistika Terapan*, pp. 71-79, 2017.
- [11] N. P. Akpan dan U. P. Abraham, “A Critique of The Hungarian Method of Solving Assignment Problem to The Alternate Method of Assignment Problem by Mansi,” *Journal Departement of Mathematics and Statistic*, pp. 43-56, 2016.
- [12] A. Seethalakshmy dan N. A. Srinivasan, “New Approach to Obtain an Optimal Solution for The Assignment Problem,” *Journal of Science and Research*, pp. 799-803, 2013.
- [13] H. A. Taha, *Operations Research: An Introduction*, Edisi ke-8, United States of America: Prentice-Hall International, INC, 2007.